

海军工程大学

2024 年硕士研究生招生考试自命题科目考试大纲

科目代码：711 科目名称：数学分析

一、考试要求

要求学生系统地理解数学分析课程的基本概念和基本定理，掌握数学分析的基本思维和论证方法，能够运用数学分析的基本理论分析和解决问题。

二、考试内容

本课程考核内容包括极限理论、实数完备性、一元函数微积分、多元函数微积分、级数理论等，具体内容如下：

1. 集合与函数

(1) 实数集、有理数与无理数的稠密性，实数集的界与确界。

(2) n 维欧氏空间的基本概念与性质：例如 \mathbb{R}^n 上的距离、邻域、聚点、孤立点、内点、外点、边界点、开集、闭集、有界（无界）集、基本点列等。

(3) 实数系基本定理：确界存在定理、单调有界收敛定理、闭区间套定理、Cauchy 收敛准则、致密性定理、有限覆盖定理等。

(4) 函数、映射、变换及其几何意义，隐函数、反函数与逆变换、反函数存在定理、初等函数及相关的性质。

2. 极限与连续

(1) 收敛数列的基本性质：唯一性、有界性、保号性、保序性等。

(2) 夹逼准则、子列极限。

(3) 函数极限及其基本性质：唯一性、局部有界性、局部保号性、保序性等，Heine 定理（归结原理），两个重要极限，无穷小量与无穷大量、阶的比较。

(4) 函数的连续与间断、左连续与右连续、闭区域上连续函数的性质：有界性、最值定理、介值定理、零点定理、一致连续性。

3. 一元函数微分学

(1) 导数及其几何意义、可导与连续的关系、复合函数求导、隐函数求导、参数方程求导、高阶导数、微分及其几何意义、可微与可导的关系、一阶微分形式不变性。

(2) Fermat 引理、微分中值定理：Rolle 定理、Lagrange 中值定理、Cauchy 中值定理及 Taylor 公式。

(3) 一元函数微分学的应用：函数单调性、极值、最大值和最小值、曲线的凹凸性、拐点、渐近线、L'Hospital 法则、近似计算。

4. 多元函数微分学

(1) 偏导数、全微分及其几何意义，可微、偏导数存在、函数连续之间的关系，全微分的形式不变性，方向导数与梯度，高阶偏导数。

- (2) 多元复合函数求导、隐函数(组)存在定理、隐函数(组)求导.
- (3) 几何应用: 空间曲线的切线与法平面、空间曲面的切平面与法线.
- (4) 极值问题、条件极值与 Lagrange 乘数法.

5.一元函数积分学

- (1) 不定积分的基本计算方法(直接积分法、换元法、分部积分法)、有理函数积分等.
- (2) 定积分及其几何意义、可积条件(必要条件、充分条件).
- (3) 定积分的性质: 区间可加性、估值不等式、积分中值定理、积分第一中值定理, 积分上限函数, 微积分基本定理(Newton-Leibniz 公式), 定积分的计算方法(换元法、分部积分法).
- (4) 无穷区间上的广义积分及无界函数的广义积分: Cauchy 收敛准则、绝对收敛与条件收敛、比较判别法、Abel 判别法、Dirichlet 判别法.
- (5) 微元法、几何应用(平面图形的面积、平行截面面积已知的立体的体积、曲线弧长与弧微分、旋转体体积)及物理应用(功、水压力、引力).

6.多元函数积分学

- (1) 二重积分的几何意义及其计算(直角坐标、极坐标), 三重积分的计算(直角坐标、柱面坐标、球面坐标), 重积分的换元法.
- (2) 重积分的应用(体积、曲面面积、质心、转动惯量等).
- (3) 含参变量常义积分及其连续性、可微性、可积性等, 含参变量广义积分的一致收敛性及其判别法, 含参变量广义积分的连续性、可导性、可积性等.
- (4) 两类曲线积分和两类曲面积分的计算、两类曲线积分和两类曲面积分之间的关系.
- (5) Green 公式、Gauss 公式、Stokes 公式、曲线积分与路径无关等.

7.无穷级数

- (1) 正项级数的收敛性: 基本定理、比较判别法、比较判别法的极限形式、比值判别法、根值判别法、Cauchy 积分判别法, 一般项级数的收敛性: 收敛的必要条件、Cauchy 收敛准则、绝对收敛性、条件收敛性、Abel 判别法、Dirichlet 判别法.
- (2) 函数项级数: 一致收敛判别法(Cauchy 收敛准则、Weierstarss 判别法、M-判别法、Abel 判别法、Dirichlet 判别法)、一致收敛函数项级数的性质及其应用、级数求和、Weierstarss 逼近定理.
- (3) 幂级数: Abel 第一、第二定理, 收敛半径与收敛域, 幂级数的一致收敛性, 幂级数的连续性、逐项可导性、逐项可积性及其应用, 函数的幂级数展开、Taylor 级数、Macalurin 级数.
- (4) Fourier 级数: 三角级数、三角函数系的正交性、Dirichlet 收敛定理、以 2π 或者 $2l$ 为周期的函数 Fourier 级数展开.

三、考试形式

考试形式为闭卷、笔试, 考试时间为 3 小时, 满分 150 分。

题型包括: 选择题 20 分、填空题 20 分、计算题或者证明题 110 分。

四、参考书目

《数学分析》(第五版) 华东师范大学数学科学学院, 高等教育出版社, 2019 年