

海军工程大学

2024 年硕士研究生招生考试自命题科目考试大纲

科目代码：827 科目名称：高等代数与几何

一、考试要求

主要考查学生对高等代数与解析几何基本概念、基本理论、基本运算及方法的掌握；考查学生对各部分内容的结构和知识的内在联系的理解；考查学生的抽象思维能力、逻辑推理能力、想象能力、运算能力和综合应用能力。

二、考试内容

1. 多项式理论

理解数域 P 上一元多项式的定义、多项式相乘、次数、一元多项式环等概念，整除的定义，两个（或若干个）多项式的最大公因式，互素等概念及性质，不可约多项式的定义及性质，多项式与多项式函数的关系，代数基本定理，有理系数多项式的分解与整系数多项式分解的关系，多元多项式、对称多项式的定义；能判断一个代数系统是否是数域，掌握多项式的运算及运算律，能用辗转相除法求两个多项式的最大公因式，理解不可约多项式的定义及性质，标准分解式， k 重因式，多项式函数的概念、余数定理、多项式的根及性质，对称多项式基本定理；了解带余除法及整除的性质，因式分解及唯一性定理，复（实）系数多项式分解定理及标准分解式，本原多项式的定义、高斯（Gauss）引理、整系数多项式的有理根的性质、爱森斯坦（Eisenstein）判别法。

2. 行列式

理解行列式的概念，掌握行列式的性质、拉普拉斯（Laplace）定理及行列式的乘法法则；会应用行列式概念和基本性质计算行列式，能够熟练掌握行列式按行（列）展开定理，能够运用递推公式计算一些经典类型的行列式。

3. 线性方程组

理解 n 维向量、向量的线性组合与线性表示等概念；理解向量组线性相关、线性无关的定义、熟练掌握判断向量组线性相关、线性无关的方法；理解向量组的极大线性无关组和向量组的秩的概念，会求向量组的极大线性无关组及秩；理解向量组等价的概念、清楚向量组的秩与矩阵秩的关系；会用克莱姆（Cramer）法则求解线性方程组；掌握齐次线性方程组有非零解的充分必要条件，及非齐次线性方程组有解的充分必要条件；熟练掌握齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念，掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法；理解非齐次线性方程组解的结构及通解的概念；掌握用初等行变换求解线性方程组的方法。

4. 矩阵

理解矩阵的概念，了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵，熟悉它们的基本性质；掌握矩阵的数乘、加法、乘法、转置等运算；了解方阵的多项式概念；理解逆矩阵的概念，掌握可逆矩阵的性质，以及矩阵可逆的判别条件，理解伴随矩阵的概念，会用伴随矩阵求逆矩阵；掌握矩阵的初等变换、初等矩阵的性质和矩阵等价的条件，理解矩阵的秩的概念，了解矩阵的秩与行列式的关系；了解矩阵乘积的秩与因子矩阵的秩的关系，了解 n 阶方阵非退化的概念及充分必要条件，熟练掌握用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法；熟悉分块矩阵及其运算。

5. 二次型

掌握二次型及其矩阵表示，理解非退化线性替换与矩阵合同的概念及性质，清楚二次型的非退化线性替换与二次型矩阵合同的关系；熟练掌握二次型的标准形、秩、规范形的概念以及惯性定理，

理解复对称矩阵合同的充分必要条件；会用配方法化二次型为标准形；掌握二次型及实对称矩阵正定的概念及性质，掌握二次型及实对称矩阵正定的判别法。

6. 线性空间

熟悉集合与映射的概念；理解线性空间的概念掌握线性子空间的判定方法；掌握线性空间的维数、基和坐标等基本概念和性质；掌握线性空间的基变换公式和坐标变换与过渡矩阵的关系；理解生成子空间的概念，掌握求子空间基和维数的方法；掌握子空间的交、和、直积运算及其性质。

7. 线性变换

掌握线性变换的概念、基本性质及运算；理解线性变换的矩阵，了解线性变换与矩阵的对应关系；掌握线性变换及其矩阵的特征值、特征向量、特征多项式的概念及性质，能够熟练地求解线性变换及矩阵的特征值和特征向量；了解关于特征多项式的哈密尔顿-凯莱（Hamilton-Cayley）定理，了解矩阵的迹；把握线性变换的特征子空间、线性变换的不变子空间的概念；掌握矩阵相似的概念、性质及矩阵可对角化的充分必要条件；熟悉将矩阵化为对角矩阵的方法；理解线性变换的值域、核、秩、零度的概念；了解矩阵的若当（Jordan）标准型。

8. 欧氏空间

掌握线性空间内积、向量的正交、欧几里德空间等基本概念及性质；理解正交变换和正交矩阵的关系，欧几里德空间中过渡矩阵的特殊性；理解和掌握标准（规范）正交基的概念，掌握标准（规范）正交基的求法（施密特（Schmidt）正交化过程），了解标准正交基下度量矩阵、向量坐标及内积的特殊表达；掌握正交矩阵的概念及性质，了解正交矩阵与标准正交基的过渡矩阵之间的关系；理解和掌握正交变换的概念及其性质，了解正交变换和正交矩阵之间的关系；理解正交子空间、正交补的概念及性质；熟练掌握对称矩阵的特征值和特征向量的特殊性质，对给定的实对称矩阵 A 会求正交矩阵 T 使 TAT 成为对角矩阵。

9. 平面与空间直线

熟练掌握向量代数中的各种运算；熟练掌握平面与空间直线方程的各种形式，能根据已知条件建立平面与空间直线的方程熟悉判定点与平面、空间两直线、直线与平面的位置关系熟练计算两直线、直线与平面、两平面间的交角、两异面直线的距离及公垂线方程。

10. 空间曲线与二次曲面

要求考生熟练掌握曲面与曲线的定义，空间曲线的投影与投影柱面；掌握常见的二次曲面的标准方程、形状、作图及单叶双曲面、双曲抛物面的直母线方程及其性质；掌握直线与一般二次曲线相交，并对一般二次曲线进行理论研究的方法，根据二次曲线标准方程将二次曲线分类，从而使二次曲线的几何理论与代数理论自然联系在一起，达到用代数方法研究几何理论的目的。

三、考试形式

考试形式为闭卷、笔试，考试时间为 3 小时，满分 150 分。

题型包括：选择题 24 分、填空题 24 分、计算题和证明题 102 分。

四、参考书目

《高等代数与解析几何》. 陈志杰主编. 高等教育出版社, 2008 年, 第 2 版。

《高等代数》. 北京大学数学系前代数小组编. 高等教育出版社, 2019 年, 第 5 版。